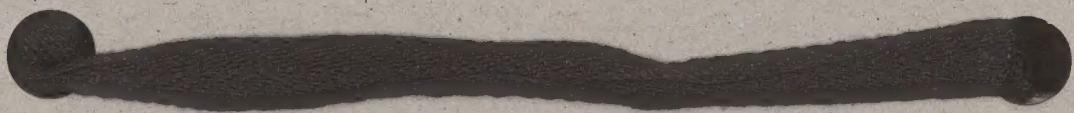


9367

Bibl. Jag.

IV



9367
IV

M. Smoluchowski

Grundriss d. Koagulationskinetik...

im

gerin

zahlr

viel

recht

urle

kinet

gebun

D

haben

1).

(20. ~~10.~~

~~10.~~

Eröf

und

Resu

Disq

mer

2).

man

Koag

der

J. N.

R. 7

eingegangen 17. Juli 1917

Bibl. Jag.

132/53

Grundriss der Koagulationskinetik Kolloider Lösungen.

von

Theodor Steiniger

19. 7. 17

M. v. Smoluchowski (Wien)

[82]

Kolloid-Zeit.

1917 598-104

I.

Im Nachstehenden soll auf Anregung der gelehrten Schriftleitung ein Überblick über eine mathematische Theorie der Koagulation gegeben werden, welche sich im Anschluss an gewisse, weiterhin zu besprechende Untersuchungen Zeigmondy's ausgearbeitet habe. Die zahlreichen bisherigen Experimental-Untersuchungen über Koagulationskinetik haben zwar viel interessantes Versuchsmaterial zu Tage gefördert, doch ist es trotz aller Bemühungen nicht recht gelungen, in demselben allgemeine Gesetzmäßigkeiten aufzufinden, welche den Koagulationsverlauf rein phänomenologisch nach Analogie mit den Gleichungen der chemischen Reaktionskinetik darstellen und über die Art des eigentlichen Mechanismus der Koagulation Aufschluss geben würden.

Dies rührt vor allem von zwei Umständen her, die man bisher zu wenig beachtet zu haben scheint:

1. Der Koagulationsverlauf lässt sich gar nicht mittels einer einzigen Variablen (~~z. B. Zahl der Kolloidteilchen~~) darstellen, indem im Allgemeinen alle möglichen Größen-Kategorien von Kolloidteilchen und von koagulierten Aggregaten gleichzeitig vorhanden sind und der Koagulationsvorgang auf deren kombinierter Wechselwirkung beruht. Vergleichbare Resultate sind also nur für solche Lösungen zu erwarten, welche anfänglich ganz analoge Dispersitätszusammensetzung aufweisen, und ~~ein~~ einfache Gesetzmäßigkeiten dürften sich nur dann zu erkennen geben, wenn die Ausgangslösung ganz homogen ~~ist~~ ist.
2. Es gibt gar kein eindeutiges „Start der Koagulation“, indem sämtliche Größen, die man hierfür ansuchen pflegt, (z. B. Zähigkeit, Tyndall-Effekt, Menge des abcheidbaren Koagulums) in teilweise sehr verwickelter Weise von den Anzahlen, der Größe, Gestalt der verschiedenen Kolloidteilchen und Aggregate abhängen. Man kann ebenso wenig erwarten,

¹⁾ M. v. Smoluchowski, Phys. Zeitschr. 17, 557, 585, (1916); Zeitschr. f. phys. Chem. 92, 129 (1917);

R. Zeigmondy, Sitt. Nachr. 1917, 1.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text below the title, possibly a subtitle or author information.

Handwritten text in the top right corner, possibly a date or page number.

I

Handwritten text block, likely the beginning of a section or chapter.

Handwritten text block, continuing the narrative or argument.

Handwritten text block, continuing the narrative or argument.

Handwritten text block, continuing the narrative or argument.

Handwritten text block, continuing the narrative or argument.

Handwritten text at the bottom of the page, possibly a footer or concluding remarks.

für jene Erörterung allgemeine kinetische Gesetze zu finden, wie z.B. für die zeitliche Änderung des Dampfdruckes oder der Zähigkeit eines Gemisches mehrerer gegenseitig reagierender Substanzen. Einfache Systemtypen bestehen in letzterem Falle nur für die zeitlichen Änderungen der Molekülzahlen. Ebenso sind bei der Koagulation nur für die zeitlichen Änderungen der ~~Anteile~~ ^{von} ~~Anteilen~~ ^{Teilchen} bestimmter Gattungen relativ einfache Gesetze zu erhoffen, nicht aber für die von denselben abhängenden Veränderungen der physikalischen Eigenschaften des gesamten Systems.

Direkt theoretisch verwertbar wäre somit von dem bisherigen Versuchsmaterial nur jenes, welches durch die von Zigmondy an Goldlösungen ausgebildete und in letzterer Zeit noch vervollkommnete Methode der Teilchenzählungen gewonnen wurde, was angesichts der Schwierigkeit und beschränkten Anwendbarkeit derselben eine unpfundliche Einschränkung zu bedeuten scheint. Doch wird sich späterhin zeigen, dass auch die indirekten, in der Anwendung so begrenzten Methoden der Viskositätsmessung u. dergl. eine wichtige Rolle spielen können, wenn man nur bei der Deutung ihrer Resultate die obigen Gesichtspunkte gebührend im Auge hält.

Die im Folgenden darzustellende Theorie bezieht sich auf den theoretisch einfachsten Fall: wenn es mit einer ursprünglich aus ganz gleichartigen Teilchen bestehenden Lösung zu tun hat. Sie ist nicht aus einer Zusammenfassung empirischen Beobachtungsmaterials hervorgegangen, sondern aus mathematischen Überlegungen betreffs des Mechanismus der Koagulation, welche ich in näherer Ausführung einer mir von Zigmondy brieflich vorgeschlagenen Vorstellungsweise ~~an~~ auf theoretischem Wege entwickelt habe.

Dass die Teilchen einer stabilen kolloidalen Lösung nicht koagulieren, rührt offenbar von gewissen Abstoßungskräften her, welche bei gegenseitiger unmittelbarer Annäherung derselben merklich werden und mit einer Schuttschichtung ihrer elektrischen Doppelschichten zusammenhängen scheinen. Die Existenz dieser ^{zuerst} (von Svedberg und Westgren vermuteten) Abstoßungskräfte ist insbesondere durch die Arbeiten von Perrin und Costantin an Summigkeit-Emulsionen *) ~~stark~~ ^{ist speziell} ~~bezeugt~~ ^{in jenen Versuchen eine Wirkungssphäre von der} ~~Erkenntnis~~ ^(17 fachen) des Teilchen durchmessers (60 μ) festgestellt worden.

Wird nun die Lösung mit immer größeren Elektrolytmengen versetzt, so verringert sich das Doppelschicht-Potential. Bei einem bestimmten Schwellenwert (Schwellenwert) wird die Stabilitäts-

*) J. Perrin, Compt. R. 158, 1168 (1914), R. Costantin, Compt. R. 158, 1171, 1341 (1914)

für eine solche allgemeine Darstellung zu sein, als die sich aus der
des Dampfdruckes als der Fähigkeit eines Systems, sich gegen ein
äußeres Druckverhältnis zu halten, in letztem Falle nur die zeitliche Änderung der
Menge des Dampfes, der das System ausfüllt, zu bestimmen ist.
Nicht selten, wenn die Temperatur des Systems zu bestimmen ist, so daß
man sich für die von dem System abgehenden Wärmemenge der physikalischen Eigenschaften
des Systems interessiert.

Die thermische Ausdehnung eines Systems ist diejenige, die bei einer
Veränderung des Volumens bei konstanter Temperatur auftritt. Sie ist eine
eigenschaft des Systems, die von der Natur des Systems und von der
Temperatur abhängt. Die thermische Ausdehnung ist eine wichtige
Eigenschaft, die bei der Berechnung der Wärmemenge, die bei einer
Veränderung des Volumens auftritt, berücksichtigt werden muß.
Die thermische Ausdehnung ist eine wichtige Eigenschaft, die bei der
Berechnung der Wärmemenge, die bei einer Veränderung des Volumens
auftritt, berücksichtigt werden muß. Die thermische Ausdehnung ist eine
wichtige Eigenschaft, die bei der Berechnung der Wärmemenge, die bei
einer Veränderung des Volumens auftritt, berücksichtigt werden muß.

Die thermische Ausdehnung ist eine wichtige Eigenschaft, die bei der
Berechnung der Wärmemenge, die bei einer Veränderung des Volumens
auftritt, berücksichtigt werden muß. Die thermische Ausdehnung ist eine
wichtige Eigenschaft, die bei der Berechnung der Wärmemenge, die bei
einer Veränderung des Volumens auftritt, berücksichtigt werden muß.
Die thermische Ausdehnung ist eine wichtige Eigenschaft, die bei der
Berechnung der Wärmemenge, die bei einer Veränderung des Volumens
auftritt, berücksichtigt werden muß. Die thermische Ausdehnung ist eine
wichtige Eigenschaft, die bei der Berechnung der Wärmemenge, die bei
einer Veränderung des Volumens auftritt, berücksichtigt werden muß.

(*) Thermische Ausdehnung (Thermal Expansion) ist diejenige, die bei einer Veränderung des Volumens auftritt, wenn die Temperatur konstant bleibt.

grün
Elektr
den
wirk
D
Dopp
Kons
der Th
So
nach
eintr
Noch
t
Ebn
Ther
Se
t
Der
aufw
von
gedr
Dis
das
gedr
das h
weis
Wi
mit
herrsch
Verbin
Im
Sich

grenze überschritten und nun tritt eine Koagulations-tendenz auf, welche rasch wächst, wenn der Elektrolytgehalt größer wird. Das heisst, dass die Schutzwirkung der Doppelschichtladung durch den Elektrolyten teilweise aufgehoben wird oder besser gesagt: dass die Stützwirkung einer Ausdehnungswirkung Platz macht.

Bei grösseren Konzentrationen treten bekanntlich unter Umständen auch Umladungen der Doppelschicht ein. Das ganz allgemein gibt es aber nach Zsigmondy ein relativ ausgedehntes Konzentrationsgebiet — in der Umgebung des isoelektrischen Punktes — welchem ein Maximalwert der Koagulationsgeschwindigkeit entspricht.

So beobachtete z.B. Zsigmondy den Zeitpunkt t , wo in einer ursprünglich hochverdünn. Goldlösung nach Zusatz von NaCl -Lösung ein durch violettrote Färbung charakterisierter Koagulationszustand eintritt, und fand hierbei folgende zusammengehörige Werte:

NaCl	0.5	1.0	2.0	5	7.5	10	15	20	30	50	cm^3
t	150	12	7.2	7	6.5	7	6	6.7	7.5	7	Sek.

Ebenso instructiv sind folgende, in einem andern Falle, bei Vermischung von SrCl_2 -Lösung, erhaltenen Zahlen:

SrCl_2	0.1	0.166	0.25	0.5	1.0	2.5	5.0	cm^3
t	77	10	4.5	2.5	2.5	2.5	2.25	Sek.

Bei Goldlösungen bewirken also alle möglichen Elektrolytkonzentrationen, von gewissen Werten aufwärts, immer einen und denselben „raschen“ Koagulationsverlauf. Sehr wichtig ist auch die von Zsigmondy und Reitstötter erwiesene Tatsache, dass diese Maximalwerte der Koagulationsgeschwindigkeit sich als unabhängig von der Art des angewendeten Elektrolyten erweisen.

Diese Tatsachen bilden die Begründung der Zsigmondy'schen Auffassung, wonach, derzufolge das weiter hin kurz als „rasche Koagulation“ zu bezeichnende Maximum der Koagulationsgeschwindigkeit einer vollständigen Entladung der Doppelschicht entspricht und davon herrührt, dass hierbei die Ausdehnungssphären der Teilchen am stärksten ausgebildet sind. Diese Auffassungweise führt naturgemäss dazu, folgendes Schema der „raschen Koagulation“ zu entwerfen:

Wir denken uns, von dem Zeitpunkt an, wo der Elektrolyt zugesetzt wurde, ein jedes Teilchen mit einer Ausdehnungssphäre vom Radius R umgeben, innerhalb deren eine so heftige Ausdehnung herrscht, dass ein jedes andere derartige Teilchen darin festgehalten wird und eine unlösliche Verbindung mit dem erstem eingeht, sobald sein Mittelpunkt in jene Sphäre hinein gerät.

Im ersten Moment ist die Anzahl der Paare von Teilchen, deren Mittelpunkte zufällig gerade

^{*)} Siehe Zsigmondy loc. cit.

eine kleinere Entfernung von einander besitzen als R , nur verschwindend klein, aber die Brown'sche Bewegung bringt die Teilchen im Laufe der Zeit in alle möglichen Konstellationen, also auch in jene, welche ein Aneinanderhaften derselben verursachen, und so kommt infolge Brown'scher Bewegung und der Existenz der Ausdehnungssphären eine irreversibel fortschreitende Koagulation zustande. Wichtig ist dabei der Umstand, dass wie Svedberg ^{*)} immerzu nachgewiesen hat, die Intensität der Brown'schen Bewegung durch den Elektrolytzusatz direkt nicht merklich beeinflusst wird, sondern erst sekundär, infolge der Bildung größerer Aggregate, eine Änderung erleidet.

Diese Auffassungsweise des Koagulationsvorganges ist eigentlich nur als eine sehr ungenügende hypothetische enthaltende Umschreibung der Tatsachen anzusehen, welche den Vorteil bietet, dass sie eine mathematische Formulierung der Koagulationskinetik ermöglicht, während sie die weiteren Fragen nach der Art der Ausdehnungskräfte, der Struktur der Doppelschicht, nach dem Zusammenhang derselben mit Natur und Zahl der Ionen u. s. v. einstweilen ganz unberührt lässt und deren exakte Lösung späteren Untersuchungen vorbehält. Eine gewisse Idealisierung besteht wohl in der Annahme einer scharfen Abgrenzung der Wirkungssphäre und der unbedingten Wirksamkeit derselben, während in Wirklichkeit allmähliche Übergänge stattfinden, doch dürfte jene ^{hier} vereinfachende Annahme ^{gewiss} ebenso berechtigt sein, wie wenn in der Gastheorie von Molekül- und Atomradien die Rede ist.

Das in Rede stehende mathematische Problem lässt sich nun folgendermaßen formulieren. Zur Zeit $t=0$ bestzue die Lösung nur aus gleichartigen Primärteilchen, deren Anzahl pro Volumeneinheit v_0 betrage, deren Wirkungsradius R sei und deren Brown'sche Beweglichkeit ^{**) (x)} durch eine Geschwindigkeitskonstante D charakterisiert sei; gesucht werden die Anzahlen ~~$n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$~~ $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ der zur Zeit t noch unverketteten Primärteilchen, sowie der in jenem Zeitpunkte bestehenden zweifachen, dreifachen, vierfachen u. s. w. Teilchen.

Seine Schlüsse lassen sich nun schon durch eine ganz einfache Dimensionsbetrachtung ableiten. Von den drei ^{obergen} Größen v_0, R, D , welche den ganzen Prozess eindeutig bestimmen, müssen, ist nämlich bloß D von Zeitmaßstab abhängig und zwar hat es die Dimension eines Diffusionskoeffizienten ($\text{cm}^2 \text{ s}^{-1}$). Da nun der wirkliche Koagulationsverlauf nicht vom Zeitmaßstab abhängen kann, folgt notwendigerweise, dass die Teilchenzahlen v bloß Funktionen des Produktes (Dt) sein müssen. Es wird somit die zur Erreichung eines gewissen Koagulationsgrades erforderliche Zeit — bei gegebenen Werten des v_0 und R — dem Werte des D umgekehrt

*) The Svedberg, D. Existenz d. Moleküle 1912, S. 105.

**) Definiert durch die bekannte Formel für das mittlere Verschiebungsquadrat: $\overline{\Delta x^2} = 2Dt$

proportional sein. Da nun nach Einstein für kugelförmige Teilchen gilt: $D \propto \frac{H_0}{N} \frac{1}{6\pi\eta a}$, --- (1)¹⁵
 wo η den Zähigkeitskoeffizienten, a den Teilchenradius bedeutet, so muss die Koagulationszeit bei
 Änderung der Temperatur nach Vorgabe des Verhältnisses $\frac{H_0}{\Theta}$, also annähernd proportional der
 Zähigkeit des Mediums variieren.^{*)} Erismondy fand dies Ergebnis in einigen vorläufigen Versuchen
 annähernd bestätigt.

Was nun die Ableitung der Gleichungen der Koagulationskinetik anbelangt, so wollen
 wir hier nur den Gedankengang kurz skizzieren, ohne in Einzelheiten einzugehen. Vorerst
 betrachten wir einen vereinfachten Idealfall, indem wir uns eines der Teilchen — sozusagen als
 Kondensationskern — ruhend vorstellen, und überlegen mit welcher Wahrscheinlichkeit sich ihm
 eines der übrigen, die Brown'sche Bewegung ausführenden Teilchen im Zeitintervall bis $t+dt$
 soweit nähern dürfte, dass sein Mittelpunkt in die Wirkungssphäre R des hervorgerufenen
 Teilchens eintritt und dass es infolgedessen daran haften bleibt. [Es lässt sich leicht nachweisen,
 dass die Brown'schen Bewegungen der einzelnen Teilchen einer kolloidalen Lösung als Gesamter-
 resultat jene Erscheinung ~~geben~~ ergeben, welche man sonst Diffusion zu nennen pflegt, wobei D
 dem bekannten Diffusionskoeffizienten entspricht.]

Das oben erwähnte Problem lässt sich infolgedessen in mathematischer Hinsicht auf die
 Berechnung der Verteilung einer Substanz zurückführen, welche anfangs im ganzen Raume
 gleichmäßig verteilt, vom Zeitpunkte $t=0$ anfangen an eine Kugeloberfläche R herandiffundiert
 und von dieser so rasch weggezogen wird, dass an der Fläche R immer die Konzentration Null
 herrscht. Vorausgesetzt, dass die ursprüngliche räumliche Konzentration jener Substanz mit c
 bezeichnet werde, ergibt sich für die im Zeitraum $t \dots t+dt$ an die Kugel R andiffundierende
 Menge der Ausdruck:

$$J dt = 4\pi DRc \left[1 + \frac{R}{\sqrt{\pi Dt}} \right] dt$$

in welchem wir zur Vereinfachung das Wurzelglied vernachlässigen wollen, indem wir Zeiträume
 in Betracht ziehen, die erheblich länger sind, als der Wert $\frac{R^2}{D}$ (welcher z.B. in den später
 zu besprechenden Versuchen Erismondy's nur 10^{-3} bis 10^{-4} Sekunden betrug).

Dem entsprechend setzen wir die Wahrscheinlichkeit, dass ein gewisses, anfangs irgendwo
 im Raume V gleich wahrscheinlich vorhandenes Teilchen sich im Zeitraume $t \dots t+dt$
 an die Kugel R anlagere: $W_t = \frac{4\pi DR}{V} dt$

*) Vorausgesetzt, dass, in Übereinstimmung mit später zu besprechenden experimentellen Ergebnissen, R
~~von der Temperatur unabhängig gegeben~~ ^{nur} von der Temperatur ^{nur} ~~abhängig~~ ^{abhängig} ist.

Nun ist aber zu berücksichtigen, dass das hervorgehobene Teilchen R selber nicht unbeweglich ist, sondern gleichfalls seine Brown'schen Bewegungen ausführt, und zwar lässt sich mathematisch beweisen, dass die Relativbewegung zweier Teilchen, welche für sich Brown'sche Bewegungen nach Harkgeber der Beweglichkeitskonstanten D_1, D_2 ausführen, wieder eine Brown'sche Bewegung ist und zwar eine solche, welche durch die Beweglichkeitskonstante $D_1 + D_2$ charakterisiert ist. Dieser Umstand erfordert also im obigen Falle eine Verdoppelung des Koeffizienten D.

Wenn man nun zu dem Fall übergeht, dass ein jedes Teilchen in gleicher Weise als Ablagerungskern wirken kann, so findet man leicht für die Abnahme der Anzahl v_1 der einfachen Primärteilchen die Differentialgleichung:

$$\frac{1}{v_1} \frac{dv_1}{dt} = - 4\pi DR v_1 \quad \text{--- (2)}$$

welche die Gestalt einer Reaktionsgleichung zweiter Ordnung besitzt und dementsprechend das Integral ergibt:

$$v_1 = \frac{v_0}{1 + 4\pi DR v_0 t}$$

Dabei ist aber soweit nur die Vereinigung von einfachen zu Doppelteilchen in Betracht gezogen, während in Wirklichkeit auch die Bildung mehrfacher Teilchen zu berücksichtigen ist. Die Anzahl der Primärteilchen v_1 nimmt auch durch die Zusammenstöße mit solchen zwei-, drei-... fachen Teilchen ab, deren Anzahlen pro Volumeneinheit mit $v_2, v_3 \dots$ bezeichnet werden mögen. Die Wirkung derartigen Zusammenstöße lässt sich leider nicht ~~streng~~ streng berechnen, indem das Ausziehungsgebiet mehrfacher Teilchen nicht ~~ganz~~ kugelförmig sein dürfte, somit die vorige Rechnung nicht genau anwendbar ist. Doch kann man zeigen, dass analoge Beziehungen wie (2) den Einfluss der verschiedenen Kategorien mehrfacher Teilchen annähernd wiedergeben, so dass sich die Gesamtabnahme der Zahl der Primärteilchen durch eine Gleichung darstellen lässt:

$$\frac{1}{4\pi DR} \frac{1}{v_1} \frac{dv_1}{dt} = - v_1 - v_2 - v_3 - \dots \quad \text{--- (3)}$$

In ähnlicher Weise erhält man die Reaktionsgleichungen für die verschiedenen Kategorien der mehrfachen Teilchen, und das ganze, scheinbar recht komplizierte System dieser Differentialgleichungen lässt sich überraschender Weise ganz leicht integrieren. So ergibt sich für die Anzahl der Primärteilchen die theoretische Gleichung:

$$v_1 = \frac{v_0}{[1 + \beta t]^2} \quad \text{--- (4)}$$

wo β nur Abkürzung für $\beta = 4\pi DR v_0$ gesetzt ist, und analog erhält man für die Zahl der

Doppeltteilchen:

$$v_2 = v_0 \frac{\beta t}{[1 + \beta t]^3}$$

--- (5)

mit allgemein für die Zahl der k -fachen Teilchen:

$$v_k = v_0 \frac{(\beta t)^{k-1}}{[1 + \beta t]^{k+1}}$$

--- (6)

während die Gesamtzahl aller Teilchen gemäß der Formel abnimmt:

$$\sum v = \frac{v_0}{1 + \beta t}$$

--- (7)

Drücken wir also die relativen Teilchenzahlen $\frac{v_1}{v_0}, \frac{v_2}{v_0}$ u. s. v. als Funktionen der Zeit aus und zwar so, dass letztere im Narkotob eines Zeitabschnittes $T = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{4\pi DRv_0}$ aufgetragen wird, welchem wir kurz „Koagulationszeit“ nennen wollen, so erhalten wir die in Fig (1) dargestellten

reduzierten Koagulationskurven, welche von allen individuellen Bestimmungsstücken, wie Konzentration der Lösung, Art und Größe der Teilchen, Temperatur u. s. v. unabhängig sein sollten, falls es sich nur um kugelförmige Teilchen handelt.

Letztere Größen beeinflussen alle nur den Narkotob des Zeitparameters T . Die Kurven zeigen anschaulich, wie die

Fig (1).

Zahl der Primärteilchen fortwährend abnimmt, während

die Zahl jeder Kategorie von mehrfachen Teilchen von Null an bis zu einem Maximalwert wächst und dann allmählich wieder gegen Null zu abnimmt

II.

Der erste Prüfstein für die obige Theorie bildeten Messungen von Zigmondy an koagulierenden Goldhydrosoolen, durch welche, wie gesagt, überhaupt die ganze theoretische Untersuchung angeregt worden war. Sie unterschieden sich von früheren Untersuchungen Ressig's und Galeski's, bei welchen das Fortschreiten der Koagulation ebenfalls mittels Teilchenzählung verfolgt wurde, hauptsächlich dadurch, dass durch die ~~spezielle~~ ^{derselben} Herstellungsart der Goldlösungen eine besondere Gleichkömigkeit ~~der Goldlösungen~~ ^{der Goldlösungen} erzielt wurde und dass sie durch relativ großen Elektrolytzusatz (NaCl) zum Koagulieren gebracht wurden. Da infolgedessen dieser „rasche“ Koagulation tatsächlich sehr ~~rasch~~ schnell vor sich gieng, wurde ein Kunstgriff angewendet, indem der Koagulationsprozess nach der beachteten Zeitperiode durch Vermischung mit einem kräftigen Schutzkolloid (Gummilösung) unterbrochen wurde, worauf sich die Auszählung der Teilchen mittels des Spaltultramikroskops ausführen liess.

nur al
 teil zu
 3 un
 angefu

$$u_0 = 0.6$$

π
0
2
10
20
30

rital

Des
konstan
man vor
als prof
auf treten
und ~~da~~

Wi.

 $\frac{R}{2}$, vel
lent.

Derivaten
Größen
elektrischer

merkli

2nd time

And

22

J. Reit

2m exm

*) Des.

Im Folgenden sind für die drei von Zeigmondy angegebenen Versuchsreihen (welche derselbe allerdings nur als vorläufige ~~vorläufige~~ Ergebnisse berechnet) die Zeiten t , die beobachteten Zahlen der Primärteilchen v_1 (in relativem Maß), die daraus mit Hilfe der Formel (4) folgenden Werte des Koeffizienten β und die mit Hilfe des Mittelwertes von β ~~und~~ ^{derselben} Formel ~~berechneten~~ ^{rückberechneten} Werte der v_1 angeführt, nebst den jede Lösung charakterisierenden Daten v_0 , r

Versuch D.				Versuch E.				Versuch F.			
$v_0 = 0.80 \cdot 10^{10}$; $r = 13.4 \mu\mu$				$v_0 = 0.552 \cdot 10^{10}$; $r = 24.2 \mu\mu$				$v_0 = 0.27 \cdot 10^{10}$; $r = 24.2 \mu\mu$			
t	v_1	β	v_1 ber.	t	v_1	β	v_1 ber.	t	v_1	β	v_1 ber.
0	1.93	—	1.93	0	1.97	—	1.97	0	1.97	—	1.97
2	1.42	(0.083)	1.71	2	1.35	(0.105)	1.65	3	1.56	(0.040)	1.76
10	1.17	0.0286	1.14	5	1.19	(0.058)	1.31	20	1.02	0.0195	1.04
20	0.75	0.0302	0.76	10	0.89	0.0490	0.93	40	0.66	0.0183	0.64
30	0.52	0.0309	0.53	20	0.52	0.0475	0.54	40	0.76(?)	(0.0153)	0.64
Mittel: $\beta = 0.0299$; $\frac{R}{r} = 1.40$				40	0.29	0.0403	0.25	60	0.44	0.0187	0.44
				Mittel: $\beta = 0.0456$; $\frac{R}{r} = 3.12$				80	0.49(?)	(0.0126)	0.31
								Mittel: $\beta = 0.0188$; $\frac{R}{r} = 2.63$			

Das Resultat der Vergleichung ist also durchaus befriedigend, indem die β -Werte merklich konstant bleiben und die berechneten v_1 mit den beobachteten ganz gut übereinstimmen, wenn man von den Beobachtungen ^{*)} für 2-5 Sekunden, sowie von jenen welche Zeigmondy von vorn herein als fraglich bezeichnet hat, abstrahiert. Dass bei den ganz kurzen Zeiten derartige Abweichungen auftreten, lässt sich wohl leicht daraus erklären, dass die Vermischung mit dem Schutzkolloid und ~~das Eintreten~~ das Eintreten der Wirkung desselben eine gewisse Zeit erfordert.

Wichtig ist das zahlenmäßige Ergebnis für das Verhältnis des Wirkungs- zum Teilchenradius $\frac{R}{r}$, welches sich aus dem β Wert $\beta = 4\pi DR v_0$ unter Zuhilfenahme der Formel (1) berechnen lässt. Wäre $\frac{R}{r} = 2$, so würde dies bedeuten, dass die Teilchen sich erst bei unmittelbarer Berührung auswirken. Tatsächlich sind die aus den Versuchen folgenden $\frac{R}{r}$ Werte von dieser Größenordnung und beweisen, dass die Koagulation nicht durch Fernwirkungen, noch durch elektrostatische Kräfte, sondern durch ^(verursacht wird) Nahwirkungen, welche erst bei völliger Annäherung merklich werden. ~~Der~~ Der allzu kleine Wert der ersten Versuchsreihe lässt sich nach Zeigmondy auf gewisse Unvollkommenheiten der bei diesem orientierenden Versuch gebrauchten Anordnung zurückführen.

Wetter's schönes Versuchsmaterial haben auf Anregung Prof. Zeigmondy's A. Westgren u. J. Reistadter geliefert, indem sie anstatt der Anzahl der Primärteilchen v_1 die viel leichter zu ermittelnde Gesamtzahl Σv der Teilchen bestimmten und auch bei der Zählmethode

*) Dieselben wurden bei der Mittelbildung ausgeschlossen.

gewinn von Westgren früher ausgearbeitete Abänderungen anzuwenden, worüber denselben in einer demnächst erscheinenden Arbeit näher berichtet werden. Als Beispiel sei hier eine derartige Versuchsreihe*) angeführt, welche sich auf Goldteilchen mit einem Radius 96 μ und einer Anfangszahl $v_0 = 522 \cdot 10^8$ bezieht:

$t =$	0	60	120	180	300	420	600	900 Sek.
$\Sigma v \cdot 10^8 =$	522	438	363	338	275	231	195	148
$\frac{R}{n} =$		2.56	2.81	2.33	2.32	2.31	2.16	2.19
$\Sigma v \text{ ber.}$	522	440	381	336	271	227	183	138

Auch hier ergibt sich also nicht nur eine treffliche Übereinstimmung mit der theoretischen Formel (7) sondern, wie die aus denselben ^{und (1))} berechneten $\frac{R}{n}$ Werte zeigen, ein ganz ähnliches Resultat bezüglich der Größe der Wirkungssphäre wie früher, trotz aller Unterschiede des Materials und der Versuchsanordnung. Diese beiden Experimentalarbeiten können man also wohl als gewichtige Quoten für ~~die~~ unsere Koagulationstheorie betrachten.

III.

Die bisherigen Ausführungen bezogen sich, wie nochmals hervorgehoben sei, auf den Grenzfall der „raschen“, durch maximale Reaktionsgeschwindigkeit charakterisierten Koagulation. Doch scheint mir, dass dieselbe Theorie sich auch auf die langsame Koagulation ausdehnen lässt, wozu bei teilweiser Entladung der Doppelschicht infolge geringen Elektrolytzusatzes eintritt, und zwar am einfachsten, indem die obeliegende Annahme eingeführt wird, dass in diesem Falle ein Zusammentreffen zweier Teilchen nicht mit Sicherheit, sondern nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zur Vereinigung derselben führt.

Berechnet man diesen Wahrscheinlichkeitsbruch, so bleiben offenbar alle früheren Formeln (4, 5, 6, 7) auch für diesen Fall gültig, falls man nur in denselben den Wert β ersetzt durch:

$$\beta' = \frac{4}{3} = 8 \alpha \cdot D \cdot v_0 = \frac{4}{3} \frac{H^0}{N} \frac{\epsilon}{\mu} v_0$$

Es werden sich also die bei verschiedener Konzentration und bei verschiedenen Elektrolytzusatz erhaltenen Koagulationskurven alle mit den Kurven der Fig. 1 durch entsprechende Wahl des Zeitmaßstabes zur Deckung bringen lassen. Mit anderen Worten: die Kurven müssten untereinander affin sein, und der Zeitmaßstab müsste im umgekehrten Verhältnis zur Konzentration v_0 und zum Wirksamkeitskoeffizienten ϵ stehen.

Bemerkenswerter Weise würde, wie eine nähere Überlegung ergibt, auch dann noch dasselbe Affinitätsgesetz der Koagulationskurven gültig bleiben, wenn die Teilchen eine andere als Kugelgestalt

*) Siehe Zsigmondy loc. cit.

[illegible]

52. 55	791	315	225	79	427	34	5	0.7
187	777	16.8	1870	75.7	111	100	100	1.4452
77.4	207	1.0	10.1	11.1	31	79		0.1
101	187	47.8	14.1	11.8	41	100	113	10.02

I have the honor to acknowledge the receipt of your letter of the 10th inst. and in reply to inform you that the same has been forwarded to the proper authorities for their consideration. I am, Sir, very respectfully,
 Yours, very obediently,
 J. H. [Signature]

I have just received your letter of the 10th inst. and am
 glad to hear that you are well. I am well at present
 and hope this letter will find you the same. I am
 very much interested in the progress of your
 studies and hope you will continue to make
 rapid advancement. I am sure you will be
 successful in all your undertakings. I am
 very much interested in the progress of your
 studies and hope you will continue to make
 rapid advancement. I am sure you will be
 successful in all your undertakings.

[illegible]

۱- در صورتیکه در هر یک از این موارد، به تشخیص هیئت مدیره، ضرورتی نباشد، این هیئت مدیره می تواند به مدیران و مدیر عامل، اختیار دهد تا در هر یک از این موارد، اقدامات لازم را برای رفع آن، اتخاذ نمایند.

hätten, nur wäre dann deren Gestalt durch andere Formeln als (4-7) definiert.
(Eine Vergleichung dieser theoretischen Schlüsse mit experimentellem Material lässt sich bisher nur an den mittels ~~direkter~~ in direkter Methode ausgeführten Untersuchungen anstellen, da die direkte Methode der Teilchenzählung bisher auf langsame Koagulation nicht systematisch angewendet wurde.

Tatsächlich ist die Ähnlichkeit der Koagulationskurven von Paine^{*)} als empirischer Ausdruck seiner mittels einer originellen Abscheidungs-methode ausgeführten Versuche an $\text{Cu}(\text{OH})_2$ festgestellt worden, wobei sich die Koagulationszeiten umgekehrt proportional mit dem Anfangsgehalt v_0 und mit einer gewissen, zwischen 5 und 6 liegenden Potenz des Elektrolytgehaltes ergaben. Auch die Viskositäts-Untersuchungen^{**)} von Frensdorff u. Ishizaka, sowie von Gamm u. Frensdorff haben die Ähnlichkeit der Kurven bei verschiedenem Elektrolytgehalt bestätigt — allerdings mit Ausnahme der Fälle, wo stark absorbierbare mehrwertige und organische Ionen ins Spiel treten^{***)} — ergeben jedoch keine Ähnlichkeit für verschiedene Werte des Kolloid-Anfangsgehaltes v_0 ; es würde sich zufolge Gamm's Messungen der charakteristische Wendepunkt der Viskosität-Zeit-Kurven bei wachsendem v_0 gegen den Anfangspunkt zu verschieben und schließlich ganz verschwinden.

Dieser Widerspruch klärt sich aber in einfacher Weise auf, wenn man den eingangs betonten Umstand berücksichtigt, dass nämlich die Viskositätszunahme keinen direkten Restwert für die Koagulation bildet. Wie ich bei einer früheren Gelegenheit^{***)} bemerkt hatte, rührt das Wachsen der Zähigkeit bei Koagulation von zusammenwirkenden zweier Umstände her: 1). dass die Viskosität einer starren Teilchen enthaltenden Suspension größer ist als die Viskosität des flüssigen Mediums, ~~und~~ 2). dass Teilchenaggregate ein größeres Volumen wirksam „stabilisieren“, als die Summe der wirklichen Teilchen-volumina beträgt. Dements hat ich auch schon darauf hingewiesen, dass die Viskositätszunahme nur für sehr verdünnte Lösungen ~~dem Volumen~~ der Volumenkonzentration der Teilchen proportional ist, bei größerem Volumengehalt aber rascher wächst.

Auch Gamm's Messungen zeigen dasselbe und ermöglichen auch die ~~empirische~~ empirische Festsetzung

*) H. Paine, Kolloidchem. Rev. 4, 24 (1912); Kolloid-Zeitsch. 11, 115, (1912).

**) H. Frensdorff u. N. Ishizaka, Koll. Zeitsch. 12, 230 (1913), Zeitsch. f. phys. Chem. 83, 97 (1913); J. Gamm, Kolloidchem. Rev. 8, 64 (1916).

***) Offenbar gilt unsere Theorie nur für die Fälle, wo sich der Elektrolytgehalt während der Koagulation nicht ~~merklich~~ merklich ändert, wo also keine starke Adsorption stattfindet, da sonst die Größe ϵ nicht konstant wäre.

****) Nosmolschowski, Kolloid-Zeitsch. 18, 190 (1916).

Handwritten text in German, likely a letter or a page from a manuscript. The text is written in a cursive script and is mostly illegible due to fading and blurring. It appears to be a formal or semi-formal document, possibly a letter of introduction or a report. The text is organized into several paragraphs, with some lines starting with capital letters. There are some markings that look like small circles or dots, possibly indicating corrections or specific points. The overall tone is serious and professional.

Handwritten text at the bottom of the page, possibly a signature or a closing. It includes the name "Karl" and some other illegible text. There are also some markings that look like small circles or dots, possibly indicating corrections or specific points. The overall tone is serious and professional.

des Zusammenhanges zwischen der Viskosität und dem "wirksamen Volumen". Auf Grund dessen lässt sich nachweisen, dass Gamm's Koagulationskurven tatsächlich auch unserem Ähnlichkeitsgesetz in Bezug auf die Abhängigkeit vom Kolloidgehalt v. vollständig Genüge leisten, wenn man ^{sich} nur die Mühe nimmt, aus den direkten Viskositätsdaten die in Betracht kommenden wirksamen Volumwerte herauszuschälen.

Natürlich ist von diesem Standpunkt aus in jeder Versuch, die Gleichungen der chemischen Kinetik auf die direkten Viskositätswerte anzuwenden, von vornherein als aussichtslos zu betrachten und ist es nicht zu verwundern, dass die betreffenden Bemühungen^{*)} so wenig Erfolg gesiegt haben. Andererseits eignen sich auch unsere Formeln (4, 5, 6, 7) selbst nach Einführung des ε -Koeffizienten nicht als exakte Grundlage einer Theorie der Gamm'schen Versuche, da es sich bei dem derselbst verwendeten $Al_2(OEt)_3$ -Kolloid gewiss nicht um kugelförmige Teilchen handelt, sondern vielmehr um Kristallnadeln oder dgl., wie die Bildung des voluminösen Gels vermuten lässt. Immerhin habe ich zeigen können, dass die allgemeine Form der aus Gamm's Messungen ableitbaren "reduzierten" Koagulationskurven^{**) (s. S. 10)} ~~dem~~ Gestalt sich in einfacher Weise aus den Formeln ~~(4, 5, 6, 7)~~ erklären lässt, wenn man die allmähliche Vergrößerung des "wirksamen Volumens" infolge der Koagulation ins Auge fasst.

Das Gesagte beweist wohl, dass die theoretische Interpretation der Viskositätskurven koagulierender Kolloide eine recht komplizierte Sache ist und nur mit großer Vorsicht Rückschlüsse auf den Mechanismus der Koagulation zu ziehen gestattet. Doch eignet sich die Viskositätsmethode sehr gut dazu, eine der wichtigsten Fragen dieses Gebietes, die Abhängigkeit des Wirksamkeitskoeffizienten ε von der Elektrolytkonzentration, aufzuklären. Hierzu ist es nur nötig, die bei bestimmten Kolloidgehalt und verschiedenen Elektrolytkonzentrationen erhaltenen Viskositätskurven zu vergleichen und falls sie sich als ähnlich erweisen^{***)}, daraus das Verhältnis der betreffenden Zeitparameter abzuleiten. So fand ich zB. aus den Gamm'schen Tabellen, dass die relativen Werte der Koagulationszeiten für 60, 70, 80, 100 Millimol KCl i. Z. im Verhältnis stehen von:

$$I_{100} : I_{80} : I_{70} : I_{60} = 1 : 2.76 : 5.92 : 12.7$$

*) Siehe zB. H. Frenkel u. N. Tshizaka, J. Gamm loc. cit.

**) Die Gestalt derselben, welche der Formel $f(t) = a + b\left(\frac{t}{t+T}\right)^3$ entspricht, erinnert einigermaßen an die von Frenkel u. Tshizaka dargestellten Viskositätskurven.

***) Abweichungen vom Ähnlichkeitsgesetz weisen auf eine starke Adsorption des wirksamen Elektrolyten oder auf eine Abhängigkeit des Koeffizienten ε von der Teilchengröße hin.

Handwritten text in a cursive script, likely Persian or Urdu, covering the main body of the page. The text is arranged in approximately 15 horizontal lines.

Handwritten text line, possibly a signature or a specific heading, located below the main body of text.

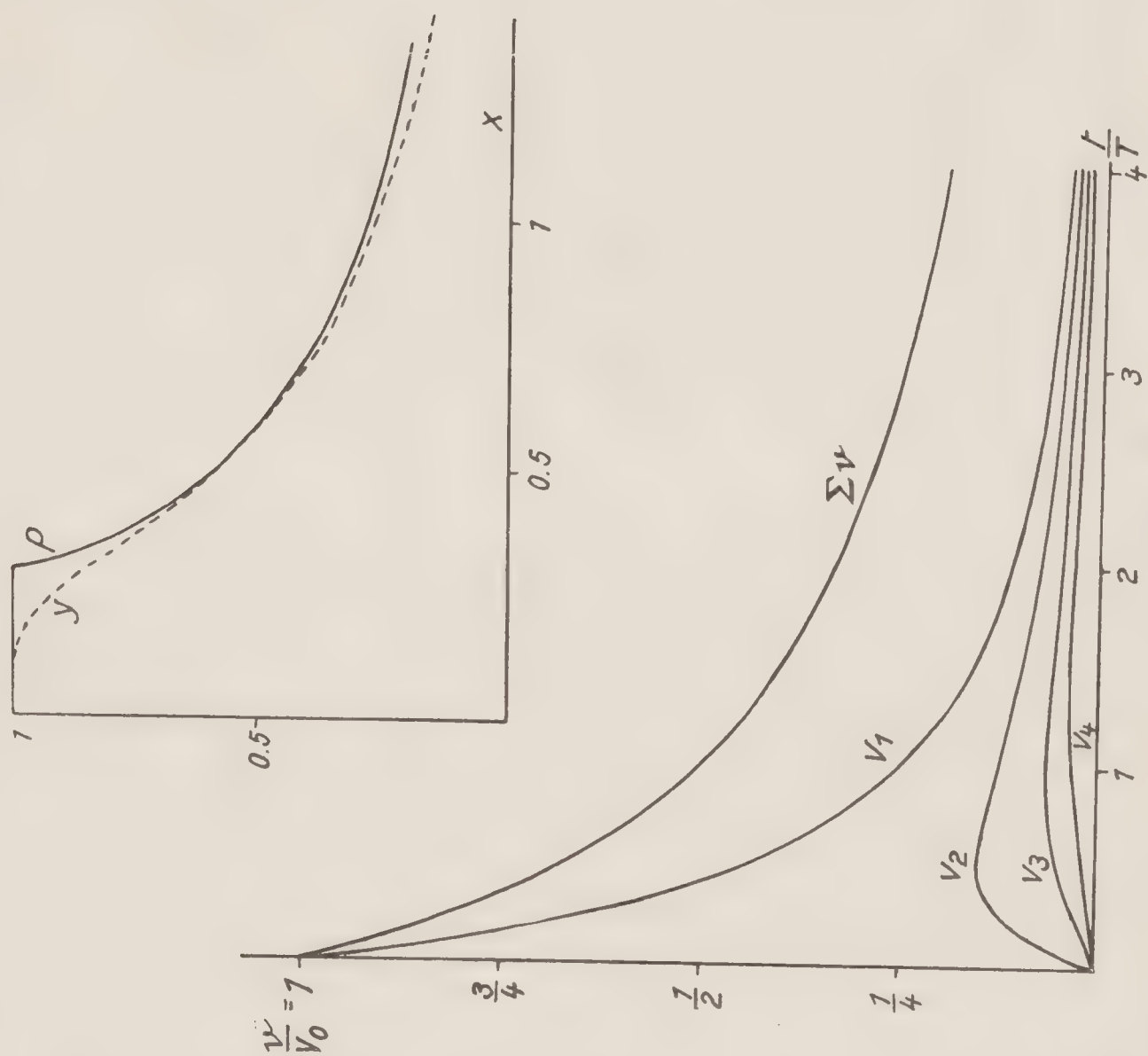
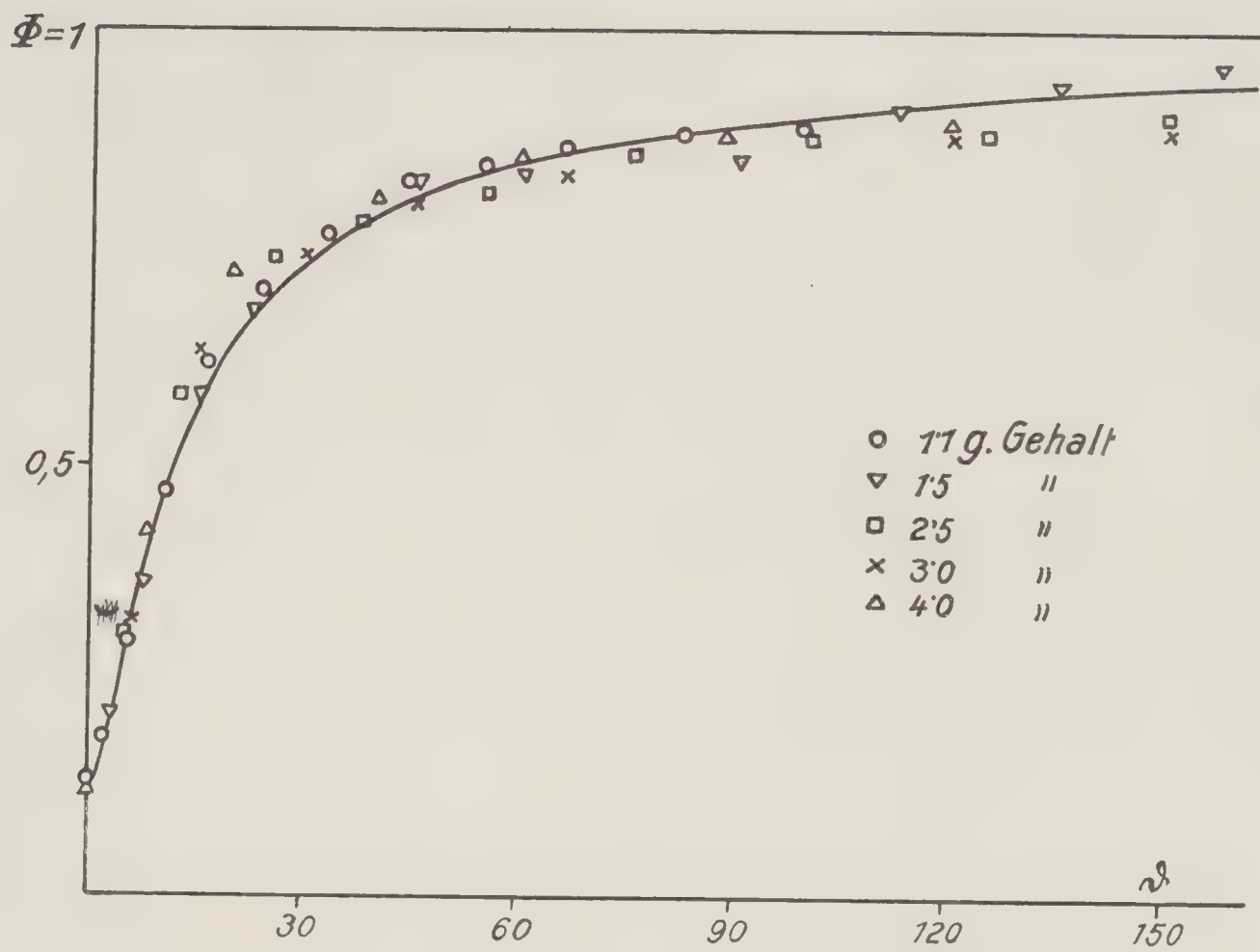
Handwritten text at the bottom of the page, possibly a footer or a concluding note, consisting of several lines.

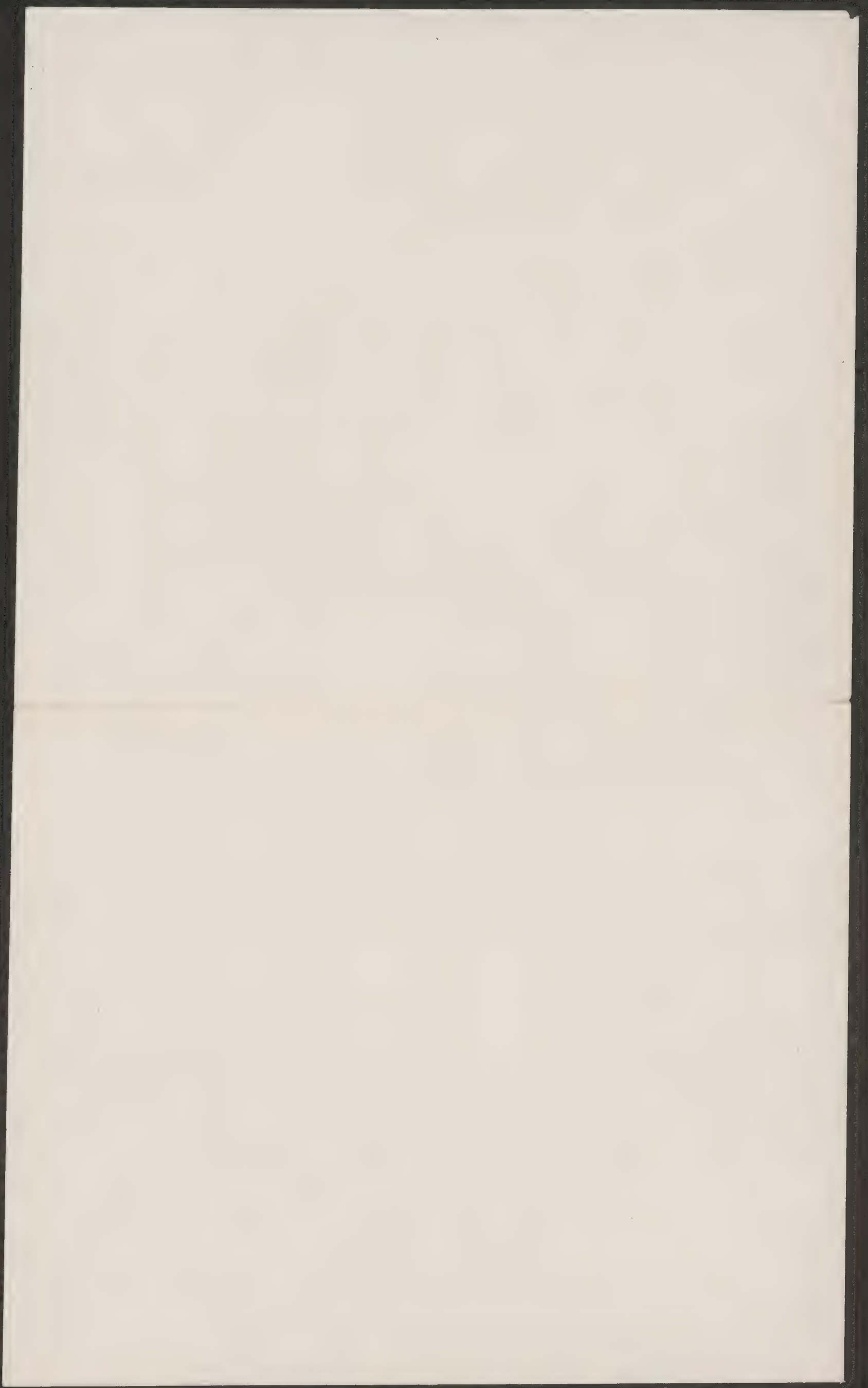
Gann und Frumlich finden noch einer andern, weniger rationalen Methode ziemlich ähnliche Zahlenverhältnisse und schließen — ähnlich wie früher Paine — dass die Koagulationsgeschwindigkeit einer hohen Potenz (2 bis 8) der Elektrolytkonzentration proportional ist. Dagegen möchte ich bemerken, dass ein Potenzgesetz hier überhaupt von vornherein ausgeschlossen ist, da ja unterhalb ~~eines gewissen~~ des „Schwellenwertes“ überhaupt keine merkliche ^{Koagulation} ~~Konzentration~~ eintritt, dagegen bei großen Konzentrationen nach Trigmondy ein Maximumwert der Geschwindigkeit erreicht wird.

Die empirische Festlegung dieser Verhältniswerte im ganzen Konzentrationsbereiche würde sehr wichtige quantitative Aufschlüsse über die Wirksamkeit verschiedener Ionenarten geben, und hier eröffnet sich auf Grund unserer Theorie ein weites Feld für exakte systematische Arbeit. Dasselbe wird es ermöglichen, die Natur der koagulierenden Ausdehnungswirkungen näher zu präzisieren, und ^{wird} so zum weiteren Ausbau der oben dargelegten ~~Theorie~~ Koagulationstheorie beitragen, deren allgemeine Grundsätze durch das vorliegende Tatsachenmaterial wohl ~~bereits~~ als genügend sichergestellt betrachtet werden können.

Adresse: Prof. Dr. v. Smoluchowski

Krakau, Studencka 27





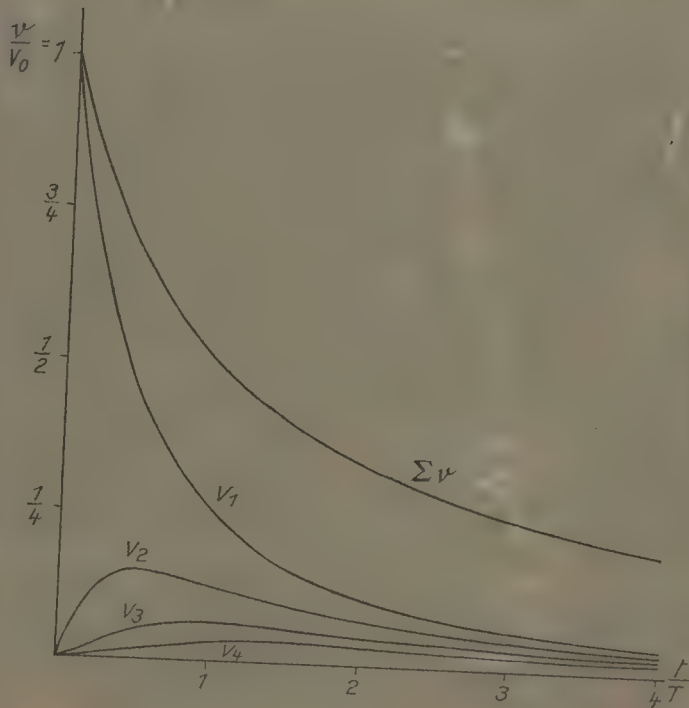


Fig. 1.

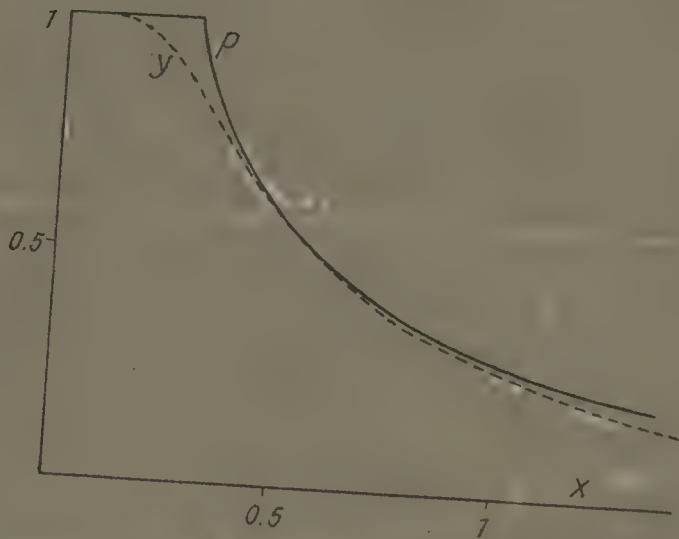
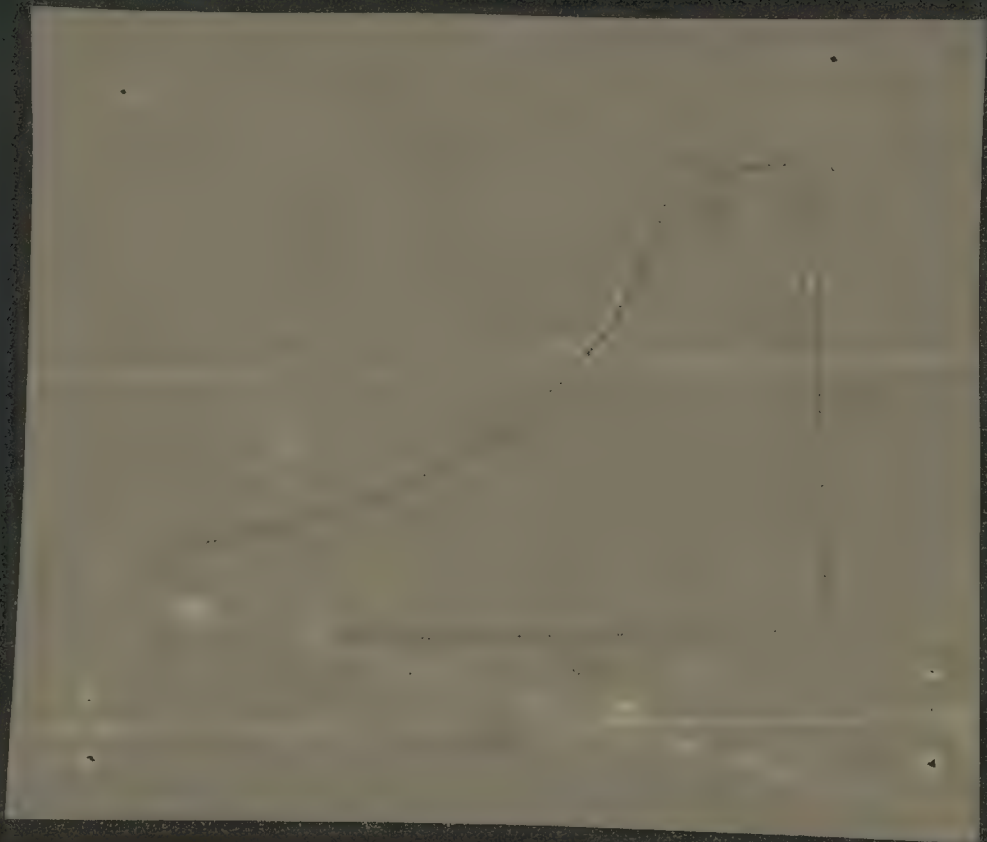


Fig. 2.



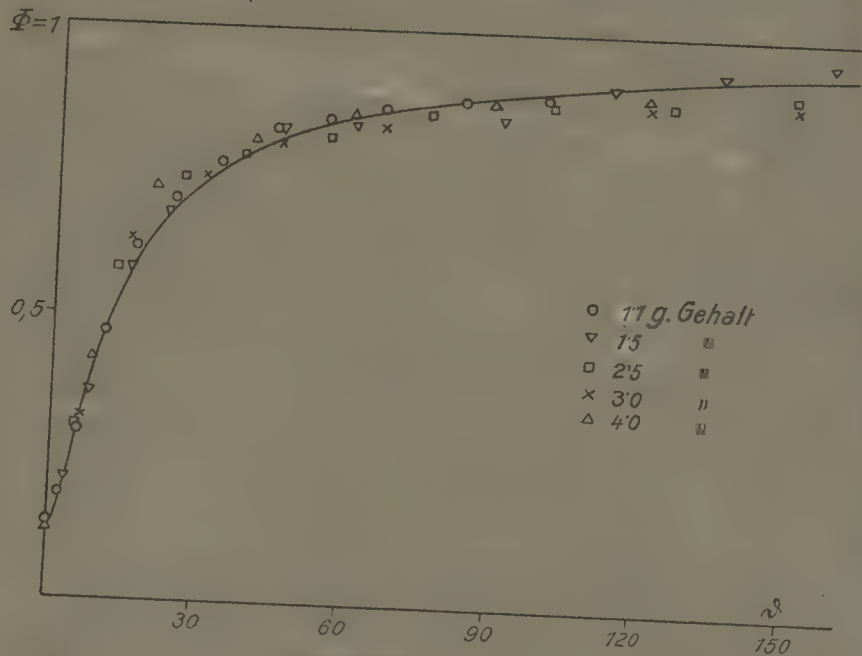
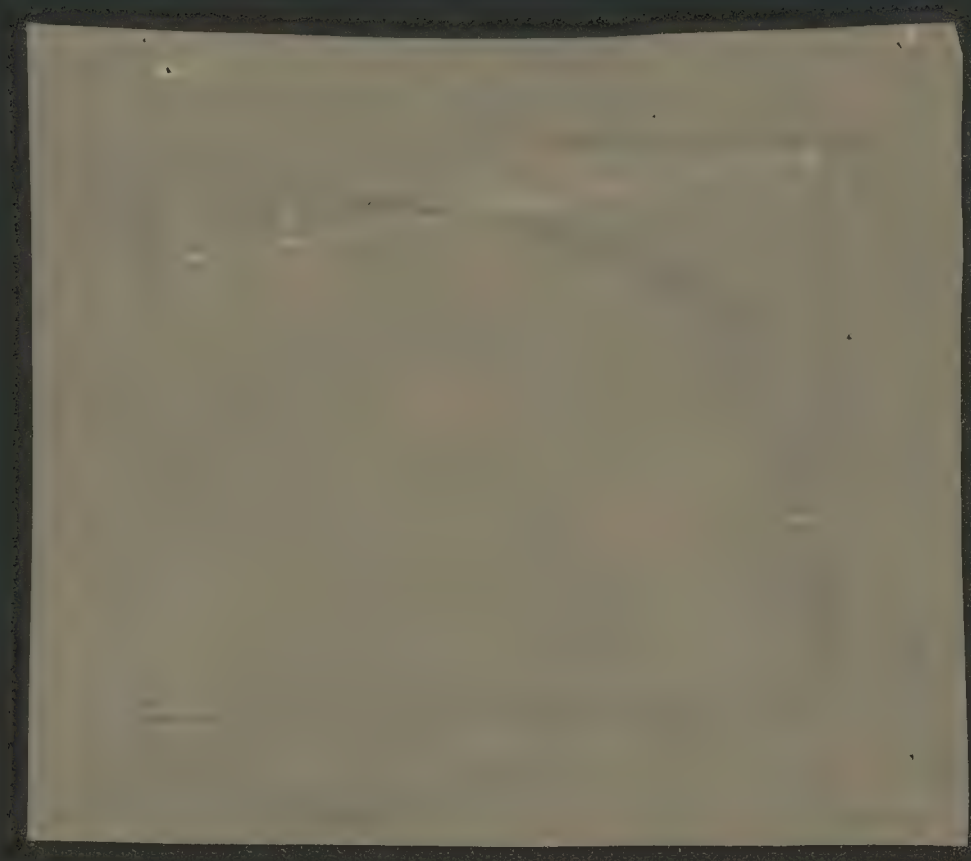
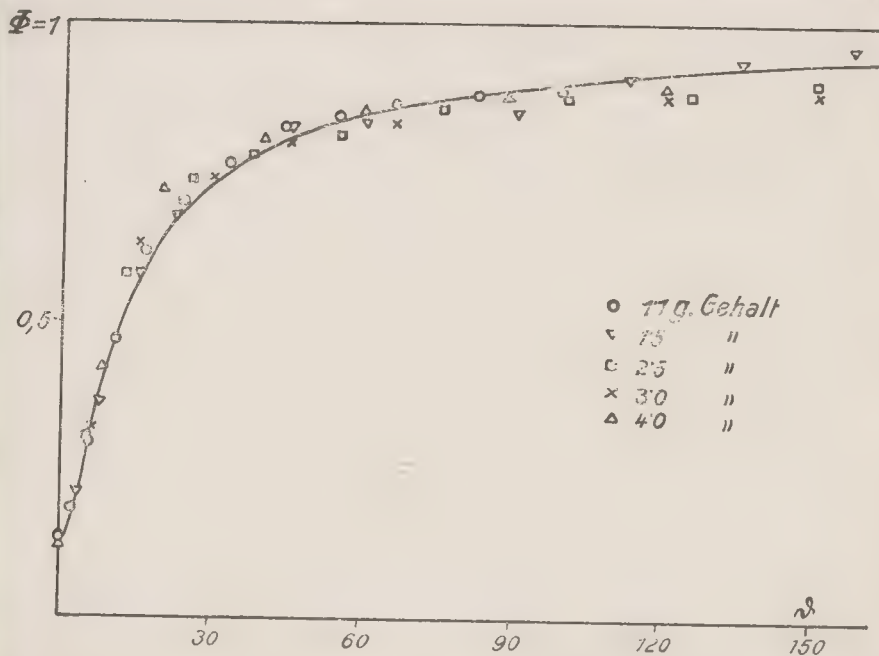
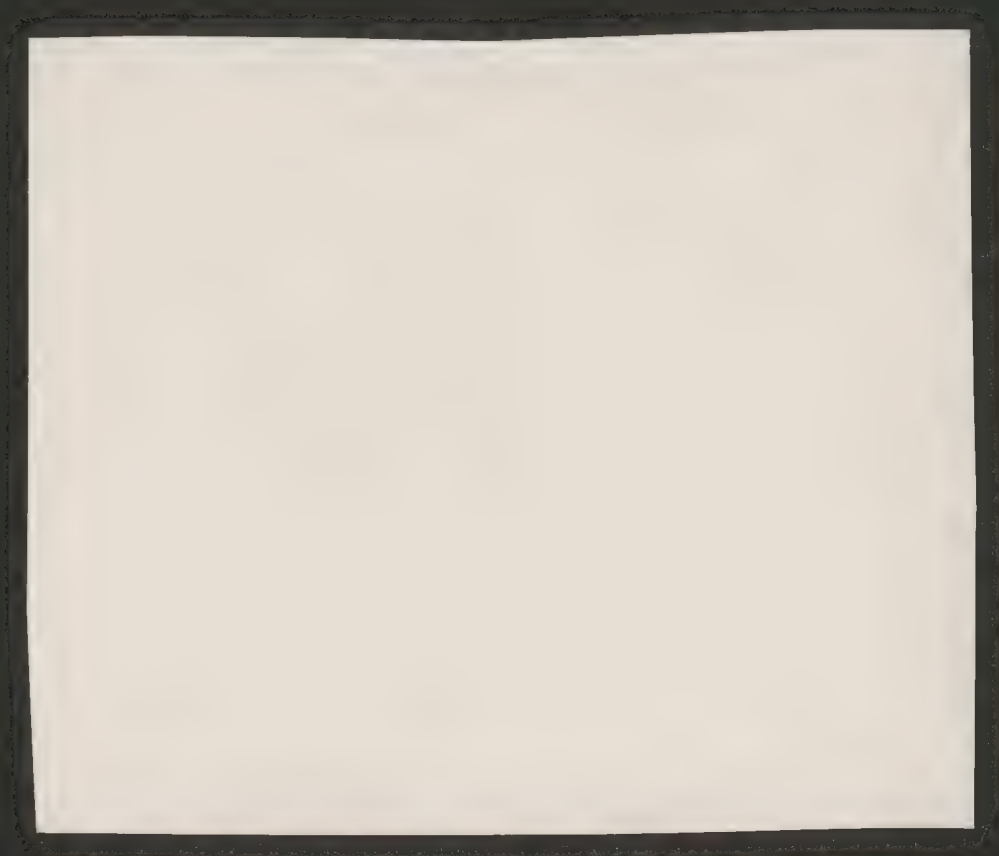
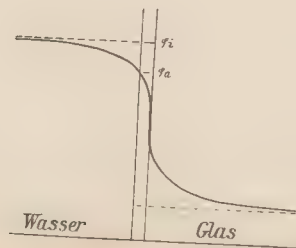
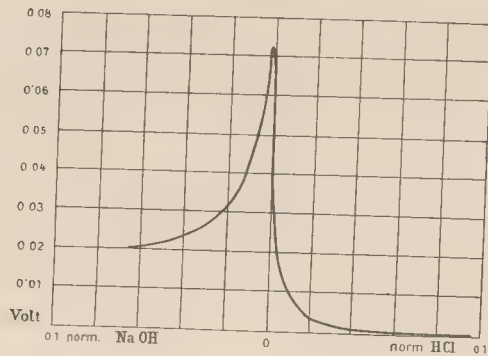


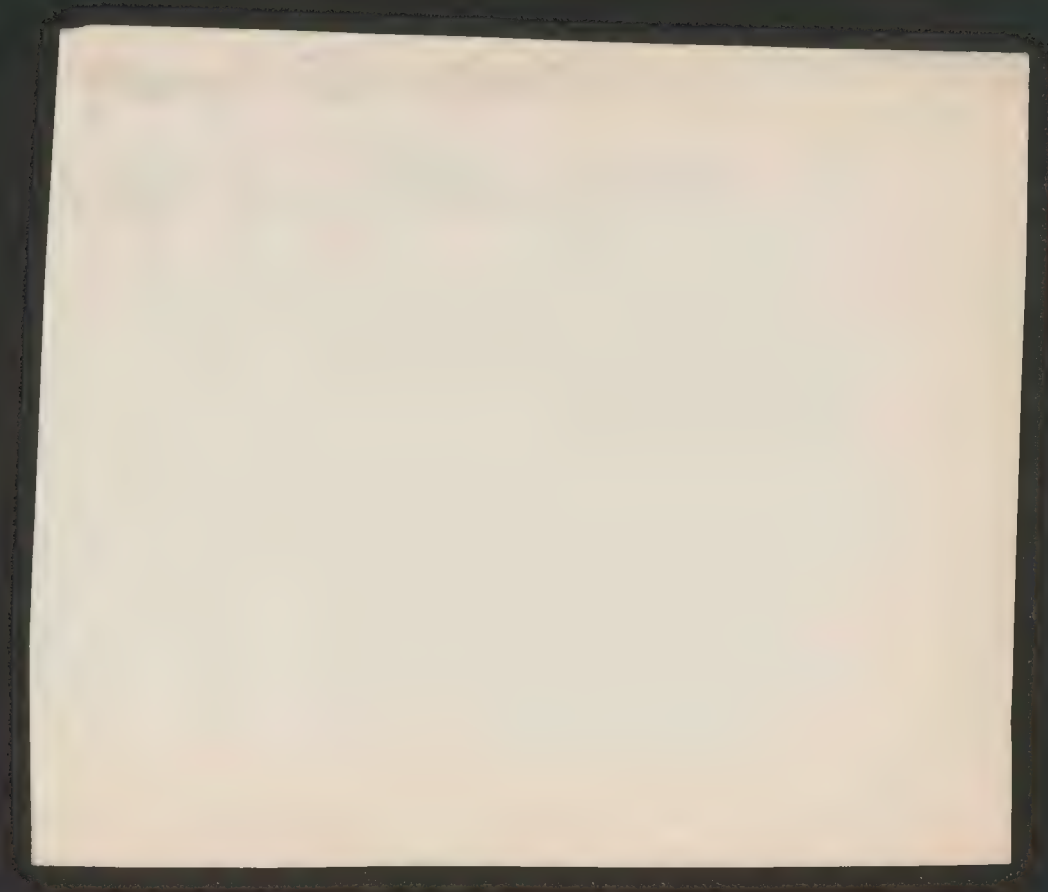
Fig 3.

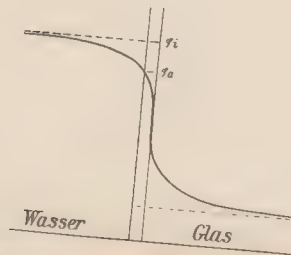
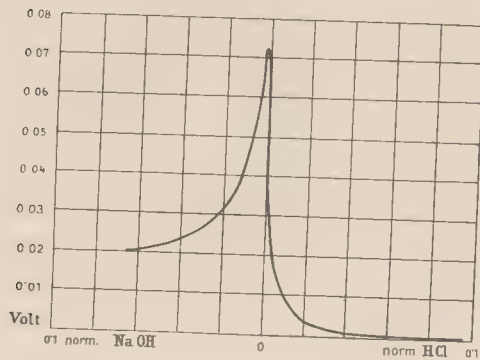










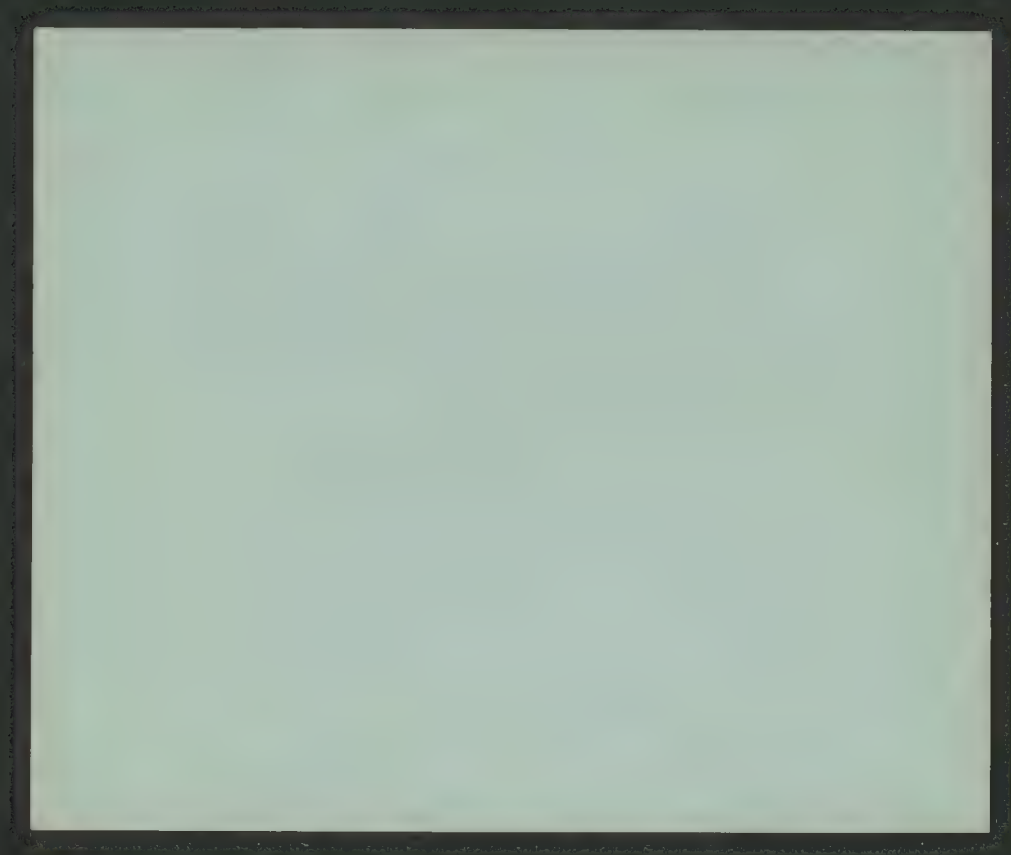




Anbei empfangen Sie Abzüge Ihrer photographisch übertragenen Abbildungen; Änderungen können an den bereits geätzten Klischees nicht mehr vorgenommen werden.

Die Vorlagen folgen hiermit zurück.

Leipzig, Mittelstraße 2. Wilhelm Engelmann.



Artikel der Kolloid-Zeitschrift

(Wo. Ostwald)

Grundriss einer mathem. Koagulations Kinetik

Leipzig 14/7 1907

$$2.75 = \left(\frac{100}{80}\right)^x$$

$$0.4393 = 20.0969$$

$$\begin{array}{r} 0.6428 = x = 4.53 \\ - 9863 \\ \hline 6565 \end{array}$$

7723
4393

$$0.3320 \approx \sqrt{\left(\frac{20}{27}\right)} = x \cdot 0.580$$

$$\begin{array}{r} 5224 \\ 7634 \\ \hline 7590 \end{array} \quad x = 574$$

9031
8451

1038

77 23

2315

245-1

7782

0669

3645

P254

5391

$x = 3.96$

$\frac{m}{\rho}$

Zug

f_{el}

$\frac{\sigma}{E}$

$[x] V$

D

$\frac{1}{r_0}$

(~~Gleichung~~)

Allg.

Eltz

Lage D

d.h.

2).

Von

Für

Einj.

bis
relativ
(inj.)

phys.

(und)
auf

nach

Kritik

muss

[Faint, illegible handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page.]

[Marginal notes on the right side of the page, including fragments of words and phrases.]

24 Oct. 92, 129, 1917

25 January: Still N. Am. 1917, 1.

*)

schon anfänglich ganz an

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2
 2
 Kog
~~22~~
 für
 —
 der
 mit
 In
 von
 die
 der
 zu
 In
 von
 —
 der
 von
 Ein
 mit
 a
 der
 von
 der Zeit
 v. d. / d.
 durch
 mit
 —
 mit
 diff
 folgt
 (*) d

1. The first part of the document is a list of names and addresses, which appears to be a directory or a list of contacts. The names are written in a cursive script, and the addresses are listed below them.

There is no more to be said about this.

My dear Mr. [illegible] I have just received your letter of the 10th inst. and am glad to hear that you are well. I am well and hope this finds you the same. I have not much news to write at present. I am still in the same place and doing the same work. I have not much time to write at present. I am still in the same place and doing the same work. I have not much time to write at present. I am still in the same place and doing the same work.

1890

...the

[Faint handwritten notes at the bottom of the page, likely bleed-through from the reverse side.]

1. The first part of the document is a letter from the Secretary of the Board of Directors to the Board of Directors, dated 10/10/1910. The letter is addressed to the Board of Directors and is signed by the Secretary.

1. The first part of the document is a list of names and addresses, which appears to be a directory or a list of subscribers. The names are written in a cursive script, and the addresses are listed below them.

The first is a very fine specimen of the rock
 which is a very fine specimen of the rock
 which is a very fine specimen of the rock

...
 ...
 ...
 ...

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

... ..

... of the ...
... of the ...
... of the ...

...the
... ..
... ..
... ..
... ..

1825281

Wurde
S
wo
S
Ne
Ege
Eid
W
woll
Vor
Kern
Das
des her
eintr
H
Z
L
di
Th
di
a
e
di
Z
vor
A
D
Reb
D
woll
im

[illegible][illegible]

[illegible]

The first part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the human brain. The author begins by stating that the brain is the most important organ of the human body, and that it is the seat of all our thoughts and feelings. He then goes on to discuss the various parts of the brain, and the functions of each part.

The second part of the paper is devoted to a discussion of the various theories of the structure of the human brain. The author begins by stating that there are three main theories of the structure of the brain: the theory of the brain as a collection of separate parts, the theory of the brain as a continuous mass, and the theory of the brain as a collection of separate parts which are connected by a continuous mass. He then goes on to discuss the evidence for each of these theories.

The third part of the paper is devoted to a discussion of the various methods of studying the structure of the human brain. The author begins by stating that there are three main methods of studying the brain: the method of dissection, the method of injection, and the method of section. He then goes on to discuss the evidence for each of these methods.

The fourth part of the paper is devoted to a discussion of the various results of the study of the structure of the human brain. The author begins by stating that there are three main results of the study of the brain: the discovery of the various parts of the brain, the discovery of the functions of each part, and the discovery of the various theories of the structure of the brain. He then goes on to discuss the evidence for each of these results.

The fifth part of the paper is devoted to a discussion of the various applications of the study of the structure of the human brain. The author begins by stating that there are three main applications of the study of the brain: the application to the study of the human mind, the application to the study of the human body, and the application to the study of the human soul. He then goes on to discuss the evidence for each of these applications.

The sixth part of the paper is devoted to a discussion of the various conclusions of the study of the structure of the human brain. The author begins by stating that there are three main conclusions of the study of the brain: the conclusion that the brain is the most important organ of the human body, the conclusion that the brain is the seat of all our thoughts and feelings, and the conclusion that the brain is the source of all our knowledge and wisdom. He then goes on to discuss the evidence for each of these conclusions.

[Faint handwritten notes, mostly illegible due to blurriness.]

The first thing I noticed when I stepped out of the car was the cold. It was a sharp contrast to the warm blanket I had been sitting under. I looked up at the sky, which was a pale, hazy blue. The air smelled like wet earth and distant rain. I took a deep breath, feeling the coolness of the morning air fill my lungs.

I walked towards the old stone bridge that spanned the river. The water was calm, reflecting the light from the sky. The bridge was made of rough-hewn stones, some of which were covered in moss. I could hear the soft rustle of leaves as I walked, and the gentle flow of the river in the background.

As I reached the middle of the bridge, I stopped. I felt a strange sense of peace, as if I had found a hidden sanctuary. The world seemed to have slowed down, and for a moment, I was alone with my thoughts. I looked down at my hands, which were slightly numb from the cold. I rubbed them together, feeling the warmth of my own skin.

The sun was just beginning to rise, casting a soft, golden glow over the landscape. The trees on the banks of the river were bare, their branches reaching out like skeletal fingers. The air was crisp and clean, a perfect start to a new day. I smiled to myself, feeling a sense of hope and possibility.

I continued my walk, feeling the texture of the stones under my feet. The bridge led me to a small, quiet spot on the riverbank. I sat down on a large, flat rock, looking out over the water. The sun was now higher in the sky, and the light was becoming brighter. I felt a sense of contentment, as if I had found exactly what I needed.

The day was young, and the world was full of possibilities. I took a deep breath, feeling the coolness of the morning air fill my lungs. I smiled to myself, feeling a sense of hope and possibility. The world seemed to have slowed down, and for a moment, I was alone with my thoughts.

*) Koll. 2

durch die spezielle Gestalt der Carcinom-Neoplasmen, insbesondere die Existenz der „Tuberkulose“
bei seinen Versuchen lässt sich an der Hand unserer Theorie erklären (s. S. 11) dass in
den Tuberkeln eine spezifische Art von Zellen, die Tuberkelzellen, vorhanden sind, die
sich durch ihre Gestalt und ihre Anordnung auszeichnen. Diese Zellen sind
in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.
Die Tuberkelzellen sind in der Regel in Gruppen angeordnet und bilden eine Art von Tuberkel.

[The page contains approximately 25 lines of handwritten text in a cursive script, likely German. The text is mirrored across the page, suggesting bleed-through from the reverse side. Several lines are underlined, and there are some marginalia on the right side.]

[Faint handwritten notes in the right margin:]

[Underlined phrases and words:]

[Additional faint notes at the bottom:]

Handwritten text in Arabic script, likely a religious or philosophical treatise. The text is written in a cursive style and covers the upper half of the page.

Handwritten text in Arabic script, continuing the treatise. This section includes several lines of text with some marginalia and a small diagram or table-like structure in the middle. The text is dense and covers the lower half of the page.

$$Z_v = \frac{Z_{v0}}{1 + \frac{Z}{T}}$$

$$W_n(1 + \frac{Z}{T}) = \frac{u_n}{u}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{u_0 - u}{u \cdot t} = (\frac{u_0}{u} - 1) \frac{1}{t}$$

7177	7177	7177	7177	7177	7177	7177
6385	5599	5289	4393	3636	2900	1703

0792	1578	1888	2784	3541	4277	5474
1200	1438	1545	1898	2260	2677	3527
0.200	0.438	0.545	0.898	1.260	1.677	2.527

0.00333

365

303

299

300

2796

281

21606 : 7 = 3087

0.003087. 300
19261

4896
5104

28522

23239 mks.

22964

11852	13704	15556
-------	-------	-------

7177	7177	7177	7177	7177	7177	7177
0738	1768	1918	2846	3611	4551	5773
6439	5809	5259	4331	3566	2626	1404
4404	381	336	271	227	183	138

9208	8422	8112	7216	6459	5723	526
0833	0695	0647	0527	0442	0373	0283
		2553				9542
		5104				5104
		7449				4438

0.183	0.366	0.556	0.926	1.292	1.852	2.778
0.366	0.732	1.112	1.852	2.584	3.704	5.556

Tematy do wypracowań domowych:

Ciekawostki świata

Trzymany sekretami i tajemnicami ^{zajmującym do czasu}

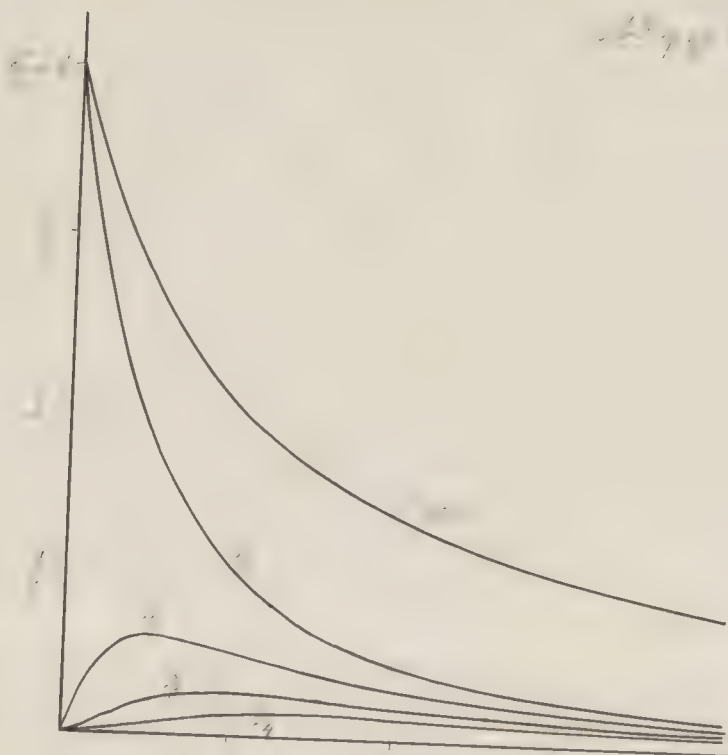
III rozdział terminów.

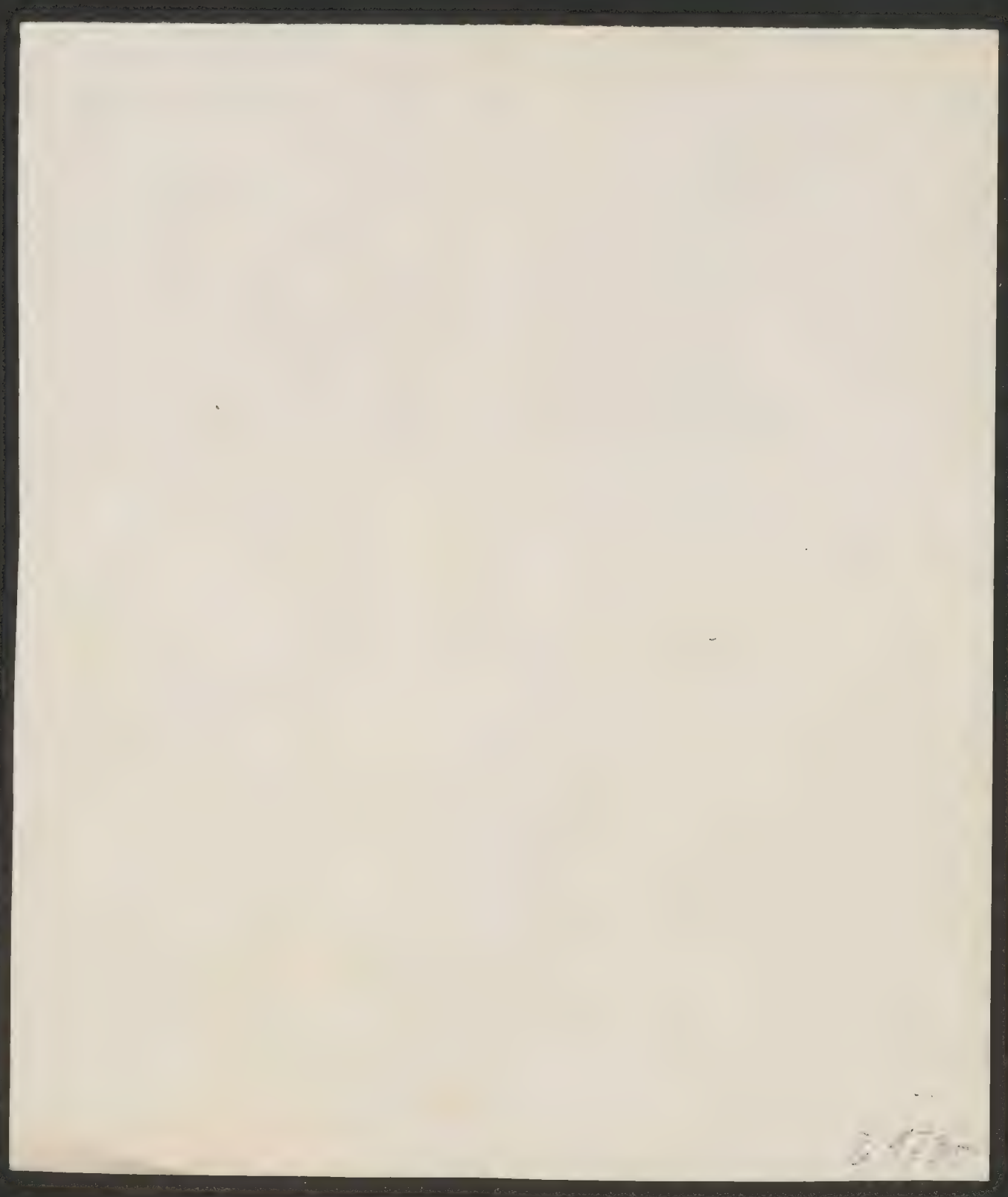
Wzrost naszego kraju

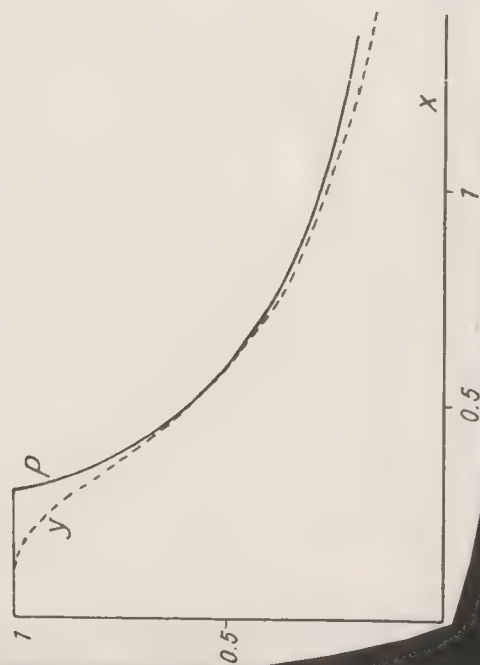
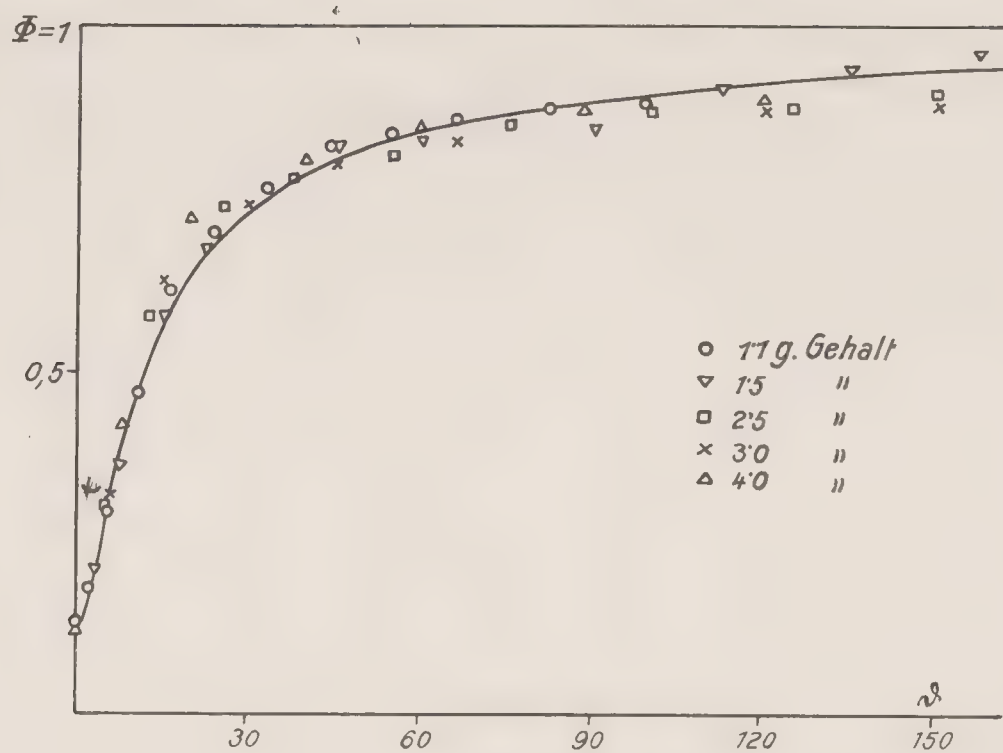
Wzrost naszego kraju i ciężej w naszym kraju.

Wzrost naszego kraju i ciężej w naszym kraju.

Wzrost naszego kraju i ciężej w naszym kraju.









Handwritten text on the left margin, including numbers and symbols, partially obscured by the binding.

